

แบบฝึกหัด

1. มวล 200 g ผูกติดสปริงที่เบามากและมีค่าคงที่ของสปริง 5.0 N/m และสามารถสั่นได้อย่างอิสระบนพื้นราบที่ไม่มีแรงเสียดทาน ถ้ามวลมีการขจัด 5.0 cm จากตำแหน่งสมดุลแล้วปล่อยให้เคลื่อนที่ จงหา

(ก) คาบของการเคลื่อนที่

คาบการเคลื่อนที่ของมวลติดสปริงหาได้จากสมการ

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2(3.14) \sqrt{\frac{0.2 \text{ kg}}{5.0 \frac{\text{N}}{\text{m}}}} = 1.26 \text{ วินาที}$$

(ข) ความเร็วสูงสุดของมวล

ความเร็วสูงสุดหาได้จากสมการ

$$v_{max} = \omega A$$
$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{5.0}{0.2}} = 5 \text{ rad/s}$$

จากที่โจทย์บอกมาว่าการขจัดของมวลเท่ากับ 5.0 cm จากตำแหน่งสมดุลตอนเริ่มต้นที่ปล่อย ดังนั้นมวลจะเคลื่อนที่ไป-กลับได้ไม่เกิน 5.0 cm

$$v_{max} = 5 \times 0.05 = 0.25 \text{ m/s}$$

(ค) ความเร่งสูงสุดของมวล

ความเร่งสูงสุดหาได้จากสมการ

$$a_{max} = \omega^2 A = 5^2 \times 0.05$$
$$a_{max} = 25 \times 0.05 = 1.25 \text{ m/s}^2$$

(ง) เขียนสมการการขจัด, ความเร็ว และความเร่งที่เวลา t ใดๆ

สมการการเคลื่อนที่ของวัตถุที่เคลื่อนที่แบบซิมเปิลฮาร์มอนิกคือ $x = A \sin(\omega t + \phi)$

$$x = 0.05 \sin(5t + \phi)$$

ตอนปล่อยวัตถุหรือ ณ วินาทีที่ 0 วัตถุอยู่ที่ตำแหน่ง 5 cm ทางด้านขวา แสดงว่า

$$0.05 = 0.05 \sin \phi$$

$$\sin \phi = 1$$

แสดงว่ามุมเฟสเริ่มต้นคือ 90° ดังนั้นจะได้สมการการเคลื่อนที่เป็น

$$x = 0.05 \sin\left(5t + \frac{\pi}{2}\right)$$

สมการของความเร็วหาได้จาก $v = \frac{dx}{dt} = 0.05 \times 5 \cos\left(5t + \frac{\pi}{2}\right)$

$$v = 0.25 \cos\left(5t + \frac{\pi}{2}\right)$$

สมการของความเร่งหาได้จาก $a = \frac{dv}{dt} = -A\omega^2 \sin\left(5t + \frac{\pi}{2}\right)$

$$a = -0.05 \times 5^2 \sin\left(5t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$a = -1.25 \sin\left(5t + \frac{\pi}{2}\right)$$

2. มวล 0.5 kg ผูกติดสปริงที่มีค่าคงที่ 20 N/m สั่นในแนวราบไม่มีความเสียดทาน จงหา

(ก) พลังงานทั้งหมดของระบบและอัตราเร็วสูงสุดของมวล ถ้าอัมพลิจูดของการเคลื่อนที่เท่ากับ 3 cm

พลังงานสูงสุดก็คือพลังงานสะสมในสปริงมากที่สุด ในการเคลื่อนที่นี้สปริงถูกยืดออกไปมากที่สุดเท่ากับ 3 cm แสดงว่า

$$E_{\text{รวม}} = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2} \times 20 \times 0.03^2$$

$$E_{\text{รวม}} = 0.009 \text{ จูล}$$

อัตราเร็วสูงสุด หาได้จากสมการ

$$v_{\text{max}} = \omega A = \sqrt{\frac{k}{m}} \times 0.03 = \sqrt{\frac{20}{5}} \times 0.03$$

$$v_{\text{max}} = 0.06 \text{ m/s}$$

(ข) ความเร็วของมวลเป็นเท่าไร เมื่อการขจัดเป็น 2.0 cm

ความเร็วของมวลเมื่อการขจัดเป็น 2.0 cm หาได้จากสมการความเร็ว ณ ระยะการขจัดใด ๆ

$$v = -\omega \sqrt{A^2 - x^2}$$
$$v = -4 \sqrt{(0.03)^2 - (0.02)^2} = 0.090 \text{ m/s}$$

3. การขจัดของอนุภาคที่เวลา $t = 0.25 \text{ s}$ เป็น $x = 4\sin(3\pi t + \pi) \text{ m}$ จงหา

(ก) ความถี่และคาบเวลา

จากสมการการเคลื่อนที่ที่จะได้ว่า อัตราเร็วเชิงมุม (ω) มีค่าเท่ากับ 3π ดังนั้นความถี่หาได้จาก

$$\omega = 2\pi f$$
$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{3\pi}{2\pi} = \frac{3}{2} = 1.5 \text{ เฮิรตซ์}$$

คาบเวลาคือส่วนกลับของความถี่ นั่นคือ $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{1.5} = 0.67$ วินาที

(ข) อัมพลิจูดของการเคลื่อนที่

แอมพลิจูดของการเคลื่อนที่หาได้จากการเทียบสมการการเคลื่อนที่ที่จะได้ว่าแอมพลิจูดของการเคลื่อนที่เท่ากับ 4 เมตร

(ค) ค่าคงที่เฟส และการขจัดของอนุภาคที่เวลา $t = 0.25$ s

ค่าคงที่เฟสหาได้จากสมการการเคลื่อนที่โดยเทียบสมการ จะได้ว่าค่าคงที่เฟส (ϕ) เท่ากับ π การขจัดของอนุภาคหาได้จากสมการการเคลื่อนที่

$$x = 4\sin(3\pi(0.25) + \pi)$$

$$x = 4\sin(0.75\pi + \pi) = 4\sin(1.75\pi)$$

$$x = 4\sin(5.50 \text{ rad})$$

ต้องเปลี่ยน 5.50 เรเดียนให้เป็นมุม โดย 3.14 เรเดียน คือมุม 180° ถ้า 5.50 เรเดียน คือมุม $\frac{5.50 \times 180^\circ}{4} = 315.29^\circ$

$$\text{จะได้ว่า } x = 4 \sin(315.29^\circ) = -2.81 \text{ เมตร}$$

4. ปล่อยลูกบอลจากที่สูง 4 m เกิดการชนอย่างยืดหยุ่นกับพื้นดิน ให้ถือว่าไม่มีการสูญเสียพลังงานเนื่องจากแรงต้านอากาศ การเคลื่อนที่นี้เป็นการเคลื่อนที่แบบซิมเปิลฮาร์โมนิกส์หรือไม่

ถือว่าเป็น เพราะการชนแบบยืดหยุ่นพลังงานจะเท่าเดิม แสดงว่าเมื่อลูกบอลตกกระทบพื้นจะกระเด็นกลับขึ้นมาที่ความสูงเดิม ทำให้ลูกบอลเคลื่อนที่ซ้ำตำแหน่งเดิมกลับไป-มาเรื่อย ๆ เหมือนกับมวลติดสปริงที่เคลื่อนที่ซ้ำตำแหน่งเดิมไปเรื่อย ๆ

5. มวล 7.0 kg ติดอยู่ปลายข้างหนึ่งของสปริงที่แขวนอยู่กับเพดาน ให้มวลนี้สั่นในแนวตั้งด้วยคาบ 2.6 s จงหาค่าคงที่ของสปริง

คาบการสั่นของมวลติดสปริงจะขึ้นอยู่กับค่าคงที่สปริงและมวลที่ติดอยู่กับสปริงนั้น โดยหาได้จาก

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2(3.14) \sqrt{\frac{7.0}{k}}$$

$$2.6 = 2(3.14) \sqrt{\frac{7.0}{k}}$$

$$2.6^2 = (2 \times 3.14)^2 \frac{7.0}{k}$$

$$2.6^2 = (2 \times 3.14)^2 \frac{7.0}{k}$$

$$k = \frac{(2 \times 3.14)^2 \times 7.0}{2.6^2} = 40.84 \text{ N/m}$$

6. ลูกตุ้มนาฬิกายาว 3.0 m จงหาการเปลี่ยนแปลงคาบเวลาเมื่ออยู่ในบริเวณที่มีค่า $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ กับเมื่ออยู่บนที่สูงที่มีค่า $g = 9.79 \text{ m/s}^2$

คาบการแกว่งของลูกตุ้มหาได้จากสมการ

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} = 2(3.14) \sqrt{\frac{3.0}{9.8}} = 3.4746 \text{ วินาที}$$

แต่ถ้าค่าความเร่งโน้มถ่วง (g) มีค่าเท่ากับ 9.79 m/s^2 จะได้ว่าคาบเวลามีค่าเท่ากับ

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} = 2(3.14) \sqrt{\frac{3.0}{9.79}} = 3.4764 \text{ วินาที}$$

คาบเวลาเนื่องจากค่าความเร่งโน้มถ่วงที่ต่างกันมีค่าต่างกันเท่ากับ $3.4764 - 3.4746 = 0.0018$ วินาที

7. ตัวสั่นฮาร์โมนิกส์ ใช้เวลา 12.0 s เคลื่อนที่ได้ 2 รอบ จงหา

(ก) คาบของการเคลื่อนที่

คาบเวลาคือเวลาที่ใช้ในการเคลื่อนที่ครบ 1 รอบ แสดงว่าคาบเวลาเท่ากับ 6.0 วินาที

(ข) ความถี่

ความถี่คือส่วนกลับของคาบเวลา นั่นคือ

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{6} = 0.167 \text{ เฮิรตซ์}$$

(ค) ความถี่เชิงมุม

ความถี่เชิงมุมหรืออัตราเร็วเชิงมุม หาได้จากสมการ

$$\omega = 2\pi f = 2(3.14)(0.167) = 1.05 \text{ เรเดียนต่อวินาที}$$